

Problema 1

Una massa  $m$  può scorrere liberamente lungo un filo flessibile inestensibile di lunghezza  $L$ , fissato agli estremi a due punti posti alla stessa altezza e a distanza  $D < L$  l'uno dall'altro.

Sotto l'azione della gravità la massa può compiere piccole oscillazioni intorno alla posizione d'equilibrio.

Scrivere la Lagrangiana esatta del sistema, approssimarla opportunamente e calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni.

Calcolare il limite  $D \rightarrow L$  e il limite  $D \rightarrow 0$  e discutere il significato fisico dei risultati ottenuti.

Problema 2

Considerare il sistema descritto dalla Lagrangiana

$$L = \frac{1}{2}a(q)\dot{q}^2,$$

dove  $a(q)$  è una funzione monotona definita positiva.

Derivare l'Hamiltoniana  $H(p, q)$  del sistema e scrivere le equazioni canoniche del moto.

Calcolare la parentesi di Poisson

$$\left\{ \frac{p}{\sqrt{a(q)}}, H \right\}$$

e commentare il risultato ottenuto.