FISICA a III - Prova in itinere - A.A. 2009/2010)

Venerdì 26 Marzo 2010 - ore 11

Problema 1

Un'astronave che si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v passa alla minima distanza D dalla Terra all'istante $t = 0$ di un orologio associato al riferimento terrestre (considerato inerziale).

All'istante $t = 0$ viene inviato da Terra all'astronave un segnale elettromagnetico, che viene rinviato a Terra dall'astronave nel momento stesso in cui viene ricevuto.

1) A quale tempo terrestre T l'astronave riceverà il segnale?

2) Quale angolo θ_i (misurato nel riferimento terrestre) dovrà formare la direzione di propagazione del primo segnale con la direzione del moto dell'astronave affinché il segnale stesso venga effettivamente ricevuto?

3) Con quali angoli θ'_i e θ'_f viene rispettivamente ricevuto e rinviato il segnale nel riferimento dell'astronave? Si ricavi il risultato a partire da θ_i utilizzando le relazioni che esprimono la formula relativistica dell'aberrazione.

4) Mostrare che il risultato ottenuto per θ'_f è coerente con il valore della posizione della Terra al momento del ricevimento del segnale di ritorno misurato nel riferimento dell'astronave.

Problema 2

1) Si mostri esplicitamente che, assumendo per una particella relativistica di massa a riposo m soggetta a un campo di forze centrali conservative l'Hamiltoniana

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = c\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2c^2} + V(r),$$

le equazioni canoniche implicano la corretta dipendenza dell'impulso e dell'energia dalla velocità $\dot{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{v}$.

2) Si ricavi esplicitamente mediante una trasformazione di Legendre la corrispondente Lagrangiana $L(\mathbf{r}, \mathbf{v})$.

3) Si dimostri che il funzionale d'azione $\int L(\mathbf{r}, \mathbf{v})\, dt$, in assenza di forze, è una quantità invariante per trasformazioni di Lorentz.