

Problema 1

Un gas ideale monoatomico, costituito da  $N$  atomi di massa  $m$ , è racchiuso in un cilindro di raggio  $R$  e altezza  $L$ . Il cilindro ruota con velocità angolare  $\omega$  intorno al proprio asse di simmetria e il gas ideale è in equilibrio termico alla temperatura  $T$  nel sistema di coordinate che ruota con il cilindro.

- 1) Scrivere l'Hamiltoniana del sistema nel sistema di riferimento ruotante.
- 2) Scrivere la funzione di partizione (canonica) del sistema
- 3) Scrivere l'espressione della densità (locale) del gas in funzione dei parametri del problema e della coordinata radiale.

Problema 2

Particelle di massa  $M$  si trovano (nel vuoto) all'equilibrio termico alla temperatura  $T$  ma sono soggette alla mutua interazione gravitazionale.

Si immagini (non realisticamente) di poter ridurre il problema alla determinazione di una distribuzione di equilibrio di tipo Maxwell-Boltzmann la cui dipendenza dalle coordinate spaziali mostri simmetria sferica (rispetto a un centro arbitrario).

1) In quest'ipotesi si scriva l'equazione che deve essere soddisfatta dalla funzione densità di massa  $\rho(r)$ . A tal fine, onde ottenere un'equazione in forma differenziale, si utilizzi come variabile il potenziale gravitazionale (per unità di massa)  $V(r)$  ricavando la relazione meccanica e quella statistica che legano  $\rho$  a  $V$ .

2) Si mostri che una funzione  $V(r) = C \ln r$ , dove  $C$  è una costante dipendente dalla temperatura, può essere una soluzione dell'equazione trovata e si calcoli la dipendenza di  $C$  dai parametri del problema.

3) Si ricavi infine l'espressione della densità come funzione degli stessi parametri.